

## ON THE VECTOR BOUNDARY VALUE RIEMANN PROBLEM ON RIEMANN SURFACE

V.I. Shcherbakov

*We show that a S-Dini test of pointwise convergence of the Fourier series for generalized Haar's systems on the modified segment  $[0, 1]$ , which is always better (for unbounded sequence  $\{p_n\}_{n=1}^{\infty}$ ) than analogous V-Dini (Dini-Vilenkin) test, will be incorrect, if we want to extend it to the zero-dimensional abelian groups because the convergence on the groups may be depend of the choice of basic elements.*

**Keywords:** zero-dimensional group, modified segment  $[0, 1]$ , generalized Haar's systems, V-Dini test (Dini-Vilenkin test), S-Dini test.

УДК 519

## О ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ЛЯПУНОВА

З.Я. Якупов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> [zymat@bk.ru](mailto:zymat@bk.ru); Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ (КНИТУ-КАИ)

*Группы преобразований являются реальными объектами окружающего мира, о присутствии и о физической структуре которых можно судить по их влиянию на наши представления. К ним относятся, например, представления об однородности и изотропности пространства и времени, о динамическом подобии явлений, о галилеевой и лоренцевой инвариантности и т. п.*

**Ключевые слова:** группы преобразований, обыкновенные дифференциальные уравнения, качественная теория, приводимость, методы сравнения.

**Введение.** Поскольку математические модели многих явлений реального мира формулируются в виде дифференциальных уравнений, то становится ясным, что одним из наиболее существенных приложений теории групп является их использование в общей теории дифференциальных уравнений [1]– [4]. Приоритет в области применения групповых методов к изучению дифференциальных уравнений принадлежит норвежскому математику С. Ли. Первоначально целью С. Ли было создание теории интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений на столь же надежной групповой основе, какая была создана Н. Абелем для решения алгебраических уравнений. В связи с этим С. Ли сформулировал и изучил фундаментальное понятие группы (группы Ли), допускаемой данной системой дифференциальных уравнений. В настоящее время математическое направление, предметом которого является совместное рассмотрение групп преобразований и допускающих эти группы дифференциальных уравнений, получило название группового анализа дифференциальных уравнений.

**Методы.** Круг задач группового анализа дифференциальных уравнений обширен и представляет собой область приложения теории и алгоритмов этого анализа [5]– [9]. Исходные предпосылки для использования теоретико-группового подхода к изучению дифференциальных уравнений, в частности обыкновенных, заключается в следующем [10].

Применение классических методов исследования к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнения оказывается недостаточно эффективным для решения ряда современных прикладных проблем: задач моделирования, численно-аналитического интегрирования уравнений, имеющих неединственное решение, некоторых обратных задач и тому подобных исследований.

В теории уравнений с частными производными хорошо зарекомендовали себя групповые методы, основанные, в первую очередь, на классической теории (непрерывных) групп Ли. В случае обыкновенных дифференциальных уравнений использование классического группового анализа также имеет некоторое ощутимое преимущество перед применением традиционных методов. Но конкретно непрерывные группы преобразований оказались малоэффективными для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Последнее обстоятельство обусловлено тем, что задача отыскания непрерывной группы преобразований для обыкновенного дифференциального уравнения эквивалентна по сложности задаче его интегрирования. Поэтому на первый план при исследовании обыкновенных дифференциальных уравнений выдвигается поиск дискретных или понимаемых в обычном смысле групп преобразований, замкнутых на рассматриваемом классе уравнений [2]-[4]. Такое направление исследований позволило найти большое число новых интегрируемых уравнений, которые до сих пор не удавалось проинтегрировать классическими методами [8]-[9]. Также теория групп вообще проливает свет на целый ряд широко используемых на практике подходов и результатов по интегрированию конкретных типов уравнений и позволяет лучше рассмотреть внутренние связи между различными методами [5]-[7].

**Заключение.** Таким образом, одна из основных идей теоретико-группового подхода к теории обыкновенных дифференциальных уравнений заключается в следующем. Рассматривается некоторая группа преобразований (в частности, какая-либо группа преобразований Ляпунова) на конкретных математических объектах (уравнениях). Эта группа преобразований на заданном множестве объектов индуцирует отношение эквивалентности. Тем самым образуется фактор-множество, причем все эквивалентные объекты попадают в один класс эквивалентности. В результате такой факторизации исследуемое уравнение будет эквивалентно некоторому уравнению, взятому в качестве простейшего представителя данного класса эквивалентности. Нахождение этого простейшего уравнения – основная задача при изучении свойств решений исходного уравнения.

## Литература

1. Якупов З.Я. *Группы преобразований Ляпунова и устойчивость решений нелинейных дифференциальных уравнений* // Автореф. дис... канд. физ.-мат. наук. – Нижний Новгород, 1994.
2. Филичев А.С., Якупов З.Я. *О групповом подходе к доказательству гипотезы* // Научно-техн. вестник Поволжья. – 2016. – № 4. – С. 116–119.
3. Якупов З.Я. *Ляпуновские преобразования стационарного уравнения Шрёдингера с возмущающим потенциалом* // Матем. моделир. – 1995. – Т. 7, № 5. – С. 71.
4. Yakupov Z.Ya. *About the Hadamard matrices* // Сб.: Наука в совр. инф. обществе. Матер. VI межд. научно-практ. конф. – 2015. – С. 115–118.

5. Якупов З.Я., Яруллин А.А. *О помехоустойчивом кодировании* // Сб.: Фунд. наука и техн. - персп. разработки. Матер. VII межд. научно-практ. конф. НИЦ «Академический». – 2015. – С. 178–180.
6. Якупов З.Я., Яруллин А.А. *О роли коллективных стратегий в развитии нанотехнологий* // Сб.: Фунд. наука и техн. - персп. разработки. Матер. VII межд. научно-практ. конф. НИЦ «Академический». – 2015. – С. 181–183.
7. Галимова Р.К., Якупов З.Я. *Концепции магистерских программ* // Сб.: Фунд. наука и техн. - персп. разработки. Матер. VII межд. научно-практ. конф. НИЦ «Академический». – 2015. – С. 85–94.
8. Лутфуллин Б.Л., Якупов З.Я. *Язык RUST и реализация нечёткой логики* // Новая наука: Проблемы и перспективы. – 2016. – № 6-3 (85). – С. 42–50.
9. Галимова Р.К., Якупов З.Я. *Исследование решений уравнения Лапласа в технологических процессах с использованием паразитных разрядов с жидкостными электродами* // Журнал Средневолжск. матем. общества. – 2015. – Т. 17, № 1. – С. 135–139.
10. Якупов З.Я., Галимова Р.К. *Об адамаровых матрицах* // В кн.: Математика в современном мире. Матер. Межд. конф. посв. 150-летию Д.А. Граве. – 2013. – С. 40–41.

## ON THE TRANSFORMATIONS OF LYAPUNOV

Z.Ya. Yakupov

*The groups of transformations of differentials simulate real objects of the surrounding world, the presence and the physical structure of which can be judged by their influence on our ideas. These include, for example, ideas of the homogeneity and isotropy of space and time, the dynamic similarity of phenomena, the Galilean and Lorentz invariance, and so on.*

Keywords: transformation groups, ordinary differential equations, qualitative theory, reducibility, comparison methods.

УДК 519.6

## О НАПРАВЛЕНИИ РВНМ И ЕГО ЭВОЛЮЦИИ

З.Я. Якупов<sup>1</sup>, Р.К. Галимова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> [zymat@bk.ru](mailto:zymat@bk.ru); Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ (КНИТУ-КАИ)

<sup>2</sup> [zymat@bk.ru](mailto:zymat@bk.ru); Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ (КНИТУ-КАИ)

*В современном мире передача информации через электронные каналы связи, а также обработка (в любом виде) информации осуществляется при помощи ее кодирования. В кодировании, в свою очередь, применяются матрицы Адамара. В настоящее время неизвестно, существуют ли матрицы Адамара всех порядков, кратных четырем. Нахождение матриц высших порядков дает возможность более качественно передавать и обрабатывать информацию. Работа посвящена изучению проблемы Адамара, нахождению зависимостей между порядками матриц и описывающими их формулами, модернизации известного списка формул для выражения порядков этих матриц.*

**Ключевые слова:** теория кодирования информации, помехоустойчивое кодирование, матрицы Адамара, коды Риды-Соломона, гипотеза Адамара.